Matematika gazdaságinformatikusoknak feladatgyűjtemény II.
(Lineáris algebra)

Készült az EFOP-3.4.4-16-2017-00028 számú, „Innovatív megoldások a WSUF hallgatói létszámának növelésére, MTMI képzési palettájának erősítésére” című projekt keretében.

Budapest, 2017-2019.

1. Mit ért a függvény korlátosságán?
2. Hozza teljes diszjunktív normálformára a következő formulát



1. Oldja meg a következő egyenletrendszert







1. Határozza meg az alábbi mátrix inverzét



1. Határozza meg az előbbi mátrix determinánsát!
2. Melyik gráfot nevezi összefüggőnek?
3. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizenkétszög csúcspontjai?
4. Hányféle módon tölthető ki a hatos lottó?
5. Egy dobozban 14 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, ha azt akarjuk, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége 0,9-nél nagyobb legyen?
6. Egy 100 darabos szériából, amelyben 10 hibás darab van, 8 darabos mintát veszünk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
	1. csupa hibátlan,
	2. csupa hibás,
	3. legfeljebb egy hibás,
	4. legalább egy hibás,
	5. pontosan 4 hibás?

Visszatevés nélkül és visszatevéssel is oldja meg.

1. Mit ért a függvény periodikusságán?
2. Hozza teljes diszjunktív normálformára a következő formulát
3. Oldja meg a következő egyenletrendszert

4. Határozza meg az alábbi mátrix inverzét

5. Határozza meg az előbbi mátrix determinánsát
6. Mit nevez fa gráfnak?
7. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizenkétszög csúcspontjai?
8. Hányféle módon tölthető ki az ötös lottó?
9. Egy dobozban 6 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, ha azt akarjuk, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége 0.8-nál nagyobb legyen?
10. Egy 100 darabos szériából, amelyben 10 hibás darab van, 8 darabos mintát veszünk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
	1. csupa hibátlan,
	2. csupa hibás,
	3. legfeljebb egy hibás,
	4. legalább egy hibás,
	5. pontosan 4 hibás?

Visszatevés nélkül és visszatevéssel is oldja meg.

1. Mit ért a függvény korlátosságán?
2. Hozza teljes diszjunktív normálformára a következő formulát

3. Oldja meg a következő egyenletrendszert

4. Határozza meg az alábbi mátrix inverzét

5. Határozza meg az előbbi mátrix determinánsát
6. Mit nevez gráfnak?
7. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizszög csúcspontjai?
8. Hányféle módon tölthető ki a hatos lottó?
9. Egy dobozban 14 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, ha azt akarjuk, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége 0.9-nél nagyobb legyen?
10. Egy 1000 darabos szériából, amelyben 100 hibás darab van, 15 darabos mintát veszünk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
	1. csupa hibátlan,
	2. csupa hibás,
	3. legfeljebb egy hibás,
	4. legalább egy hibás,
	5. pontosan 4 hibás?

Visszatevés nélkül és visszatevéssel is oldja meg.

1. Mit ért a függvény monotonitásán?
2. Hozza teljes diszjunktív normálformára a következő formulát

3. Oldja meg a következő egyenletrendszert

4. Határozza meg az alábbi mátrix inverzét

5. Határozza meg az előbbi mátrix determinánsát
6. Mit nevez körnek egy gráfban?
7. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizennyolcszög csúcspontjai?
8. Hányféle módon tölthető ki a totó?
9. Egy dobozban 20 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, ha azt akarjuk, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége 0.95-nél nagyobb legyen?
10. Egy 5000 darabos szériából, amelyben 200 hibás darab van, 20 darabos mintát veszünk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
	1. csupa hibátlan,
	2. csupa hibás,
	3. legfeljebb egy hibás,
	4. legalább egy hibás,
	5. pontosan 4 hibás?

Visszatevés nélkül és visszatevéssel is oldja meg.

1. Mit ért a függvény párosságán?
2. Hozza teljes diszjunktív normálformára a következő formulát

3. Oldja meg a következő egyenletrendszert

4. Határozza meg az alábbi mátrix inverzét

5. Határozza meg az előbbi mátrix determinánsát
6. Melyik gráfot nevezi összefüggőnek?
7. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizennhatcszög csúcspontjai?
8. Hányféle módon tölthető ki a hatos lottó?
9. Egy dobozban 24 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, ha azt akarjuk, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége 0.85-nél nagyobb legyen?
10. Egy 500 darabos szériából, amelyben 20 hibás darab van, 10 darabos mintát veszünk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
	1. csupa hibátlan,
	2. csupa hibás,
	3. legfeljebb egy hibás,
	4. legalább egy hibás,
	5. pontosan 5 hibás?

Visszatevés nélkül és visszatevéssel is oldja meg.

**MÁTRIXARITMETIKA**

A mátrix fogalma

1. Transzponálja az alábbi mátrixokat!

a) b)
  

c) d)
  

e) f)
  

1. Adva vannak a következő vektorok:

   

Írja fel az összes előforduló nagyságrendi relációt két-két vektor között!

1. Adva vannak a következő mátrixok:

 

 

Írja fel az összes előforduló nagyságrendi relációt két-két mátrix között!

Műveletek mátrixokkal

1. Adja össze a következő vektorokat!

Példa:

  

Megoldás:



Feladatok:

a)
   

b)
  

 

c)
  



d)
  

 

1. Adja össze a következő mátrixokat!

Példa:

 

Megoldás:



Feladatok:

a)
  

b)
  

c)
  

d)
  



e)
  



1. Állítsa elő a következő lineáris kombinációk által meghatározott vektort!

Példa:

 ha 

 

Megoldás:



Feladatok:

a)
 

ha

 



b)
 

ha

   

c)
 

ha

   

d)
 

ha

    

e)
 

ha

   

f)
 

ha

   

ahol  valós paraméterek.

1. .

a)
   

Számítsa ki az alábbi lineáris kombinációkat:

a)  b)  c) 

1.

   

Írja fel a következő lineáris kombinációk által előállított mátrixokat:

Példa:



Megoldás:



 

 

Feladatok:

a) 

b) 

c) 

d) 

1.

 

 

a) 

b) 

c) 

  

  

  

  

 

1. Példa: Állítsa elő az ;  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort!

Megoldás:

Az



egyenletnek eleget tevő ,  és  valós számokat kell megkeresni.

Az



vektor egyenletben a szorzásokat elvégezve a



adódik.

A két vektor egyenlőségéből a



egyenletrendszert kapjuk, melynek megoldása:

, , és .

A keresett előállítás tehát:

.

2. példa: Állítsa elő ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort.

Megoldás:

Az



vektor egyenletből a



egyenletrendszer adódik. Az első egyenletből -t kifejezve és a másik kettőbe behelyettesítve, a



egyenleteket kapjuk, melyek egyidejűleg nyilván nem teljesülhetnek. Tehát az ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektor nem állítható elő.

3. példa: Állítsa elő ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort.

Az



egyenletből a



egyenletrendszert kapjuk. Az első egyenletből . Ezt behelyettesítve a másik két egyenletbe



következik, amelyekből egyaránt  adódik.

Az  értékét paraméternek választva a keresett lineáris kombináció:

,

ahol  tetszőleges valós szám lehet. A  vektor az ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként végtelen sokféleképpen előállítható.

Feladatok:

Állítsa elő:

a) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort

b) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort

c) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort

d) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort

e) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort

f) ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort.

   

   

Írja fel:

a) , ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort

b) , ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort

c) , ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként a  vektort

d) , ,  és  vektorok lineáris kombinációjaként az  vektort.

1. Határozza meg, hogy az , ,  és  vektoroknak milyen lineáris kombinációja állítja elő a  vektort, ha

 

  és

a)  b) 

c)  d) 

e) 

1. Határozza meg, hogy az

  és 

vektoroknak melyik lineáris kombinációja állítja elő az

a)  b) 

vektort!

1. Határozza meg, hogy az , ,  mátrixoknak melyik lineáris kombinációja állítja elő a  mátrixot!

1. példa:

   

Megoldás:

Azokat az , ,  skalárokat kell megkeresni, melyekkel

.

A megfelelő mátrixokat beírva az



egyenlőséget kapjuk. A skalárokkal való szorzásokat és az összeadásokat elvégezve az



adódik.

A két mátrix egyenlőségéből az



egyenletrendszer írható fel. Ennek megoldása az ;  és , tehát a keresett lineáris kombináció .

2. példa:

   

Megoldás:

Az 1. példában alkalmazott gondolatmenetet követve, most az



egyenletrendszert kapjuk. Ez egy ellentmondásos egyenletrendszer, melyet kielégítő  számhármas nem létezik (v. ö. a 3.2.10 feladat a) részének megoldásával). Az ,  és  mátrixok egyetlen lineáris kombinációja sem egyenlő -vel.

Feladatok:

  

1. b)

 

c) d)

 

1. Határozza meg, hogy az , ,  és  mátrixoknak mely lineáris kombinációi állítják elő az  illetve a  mátrixot!

a)

   

 

b)

   

 

c)

   

 

d)

   

 

e)

   

 

1. Adottak az

   

mátrixok.

Adjon meg olyan , ,  és  vektorokat melyekre igaz, hogy a  egyenlőség , akkor és csakis akkor teljesül, ha a  egyenlőség igaz!

1. Számítsuk ki az  és  értékét, ha
2. b)

 

1. Igazolja, hogy bármely  kvadratikus mátrixnak az  transzponáltjával képzett összege szimmetrikus mátrix.
2. Igazolja, hogy bármely kvadratikus mátrixnak és transzponáltjának különbsége ferdén szimmetrikus mátrix!
3. Mely  mátrixokra érvényes az  egyenlőség?
4. Igazolja, hogy ha  és  összeadható (azonos típusú) mátrixok, akkor

.

1. Határozza meg a következő skaláris szorzatok eredményét!

Példa:

 

Megoldás:

.

Feladatok:

a)   

b)   

c)   

d)   

1. Határozza meg a  mátrixot ha:

Példa:

 

Megoldás:

  

  



Falk sémával felírva:



Feladatok:

a)

 

b)

 

c)

 

d)

 

e)

 

f)

 

g)

 

h)

 

1. Határozza meg az , ,  és  mátrixokat ha

  

1. Az  mátrixokhoz keressen olyan  illetve  mátrixokat, melyekkel  illetve  teljesül!
2. Végezze el a kijelölt műveleteket!

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

h) 

i) 

j) 

k) 

l) 

m) 

 

 

1. Végezze el a következő mátrix vektor szorzásokat!

1. Példa:



2. Példa:







Feladatok:

1. b)

 

c)



d)



e)

 és , ha

 

f)

 és , ha

 